Chapter 2A skills Check List:

- 1 Average Rate of Change versus Instantaneous Rate of Change (secant line slope vs tangent line slope)
- 2 Conditions for Continuity:
 - i. f(c) exists
 - ii. $\lim f(x)$ exits (one sided limits must agree)
 - iii. $\lim f(x) = f(c)$
- 3 Conditions for Differentiability:
 - i. Continuous at f(c)
 ii. lim_{h→0} f(x+h) f(x)/h exits (one sided limits must agree)
 - iii. not vertical (no slope)
- 4 Both limit definitions of Derivative (p 103 and 105)
- 5 Differentiable at a point or on an open interval (p. 103)
- 6 Differentiability Implies Continuity (p 106)
- 7 The Constant Rule (p 110)
- 8 The Power Rule (p 111)
- 9 The Constant Multiple Rule (p 113)
- 10 Sum and Difference Rules (p 114)
- 11 Derivatives of Sine and Cosine (p 115)
- 12 Product & Quotient Rule (p 122, 124)
- 13 Derivatives of tan, cot, sec, csc (p 126- if not by heart, by using sin and cos with quotient rule)
- 14 Higher Order Derivatives (p 128) like velocity and acceleration
- 15 Chain Rule (p 134)
- 16 General Power Rule (p 134)
- 17 Summary of Differentiation Rules (p 139)
- 18 Derivative of e^x is e^x
- 19 Derivative of $\ln x$ is $\frac{1}{x}$
- 20 Guidelines for Implicit Differentiation (p 145)

Delta Math Check List:

- 1 Practice Limit Definition of Derivative (4 types of question)
- 2 Practice Power Rule (3 types of question)
- 3 Practice Product and Quotient Rule (3 types of question)
- 4 Practice Basic Chain Rule (5 types of question)
- 5 Practice Basic Derivative Questions (5 types of question)
- 6 Practice Implicit Differentiation (6 types of question)

Khan Academy Check List:

- 1 AP Calculus AB Unit: Differentiation: definition and basic derivative rules (Start the unit test and collect up to 2,300 possible Mastery points each time it is 23 questions and should take 46 minute or less)
- 2 In the AP Calculus AB Unit: Differentiation: composite, implicit, and inverse functions are some chapter 2 topics:
 - i. Chain Rule Intro (collect 80-100 Mastery Points)
 - ii. Chain rule with Tables (collect 80-100 Mastery Points)
 - iii. Implicit Differentiation (collect 80-100 Mastery Points)

- 1. Definition of Derivative (2.1)
 - (a) This table gives select values of the differentiable function f.

x	4	5	6	7
f(x)	1	18	35	53

What is the best estimate for f'(7) we can make based on this table?

- A. 9.6
- B. 18
- C. 53
- D. 11

(d) Evaluate
$$\lim_{h \to 0} \frac{(3+h)^{23} - 3^{23}}{h}$$

(e) Evaluate
$$\lim_{x \to 2} \frac{4x^3 - 32}{x - 2}$$

- (b) What is the average rate of change of g(x) = 7 8x over the interval [3, 10]?
- (f) Let $g(x) = \ln x$. Which of the following is equal to g'(5)?

A.
$$\lim_{x \to 5} \frac{\ln(5+x) - \ln(5)}{x-5}$$

B.
$$\lim_{x \to 5} \frac{\ln(x) - 5}{x-5}$$

C.
$$\lim_{x \to 5} \frac{\ln(x-5)}{x-5}$$

D.
$$\lim_{x \to 5} \frac{\ln(x) - \ln(5)}{x-5}$$

(c) Use the limit Definition of a derivative to show to show the derivative of $f(x) = 3x^2 - 4x$ is 6x - 4

- 2. Continuity and Differentiability (2.1)
 - (a) Let f be the function

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \le 2\\ 5x - 7, & x > 2 \end{cases}$$

Which of the following statements about f are true?

- I. f has a limit at x = 2
- II. f is continuous at x = 2
- III. f is differentiable at x = 2
- (b) Let f be the function

$$f(x) = \begin{cases} -1.5x^2, & x \le -2\\ 6x+6, & x > -2 \end{cases}$$

Which of the following statements about f are true?

- A. Continuous but not differentiable
- B. Differentiable but not continuous
- C. Both continuous and differentiable
- D. Neither continuous nor differentiable

Function h is graphed. The graph has a vertical tangent at x = 1.



(a)
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}\right)$$

(b)
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + x\right)$$

(c)
$$f(x) = (x^2 - 3x + 8)^3$$

(d)
$$g(x) = (8x - 7)^{-5}$$



(h)
$$H(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{4x^2+9}}$$
 (m) $k(x) = \sin(x^2+2)$

(i)
$$f(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta}$$

(o)
$$g(z) = \sec(2z+1)^2$$

(j) $g(t) = t^3 \sin t$

(p) $f(x) = \cos(3x)^2 + \cos^2 3x$

(k)
$$h(z) = \frac{1 - \cos z}{1 + \cos z}$$

(q) $K(z) = z^2 \cot 5z$

(l)
$$f(x) = \frac{\tan x}{1+x^2}$$

(r) $h(\theta) = \tan^2 \theta \sec^3 \theta$

(x) This table gives select values of functions gand h, and their derivatives g' and h', for x = -4

	x	g(x)	h(x)	g'(x)	h'(x)		
	-4	2	3	-1	5		
Eval	luate	$\frac{d}{dx}(g(x$	$(x) \cdot h(x)$) at <i>x</i> =	= -4.		

(t) $f(x) = \tan^3 2x - \sec^3 2x$

(s) $h(w) = \frac{\cos 4w}{1 - \sin 4w}$

- (y) Let k(x) = f(g(x)). If f(2) = -4, g(2) = 2, f'(2) = 3, g'(2) = 5, find k(2), k'(2), and the equation of the tangent line of k when x = 2.
- (u) $f(x) = \sin\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}$

(v) $g(x) = \frac{e^x}{x}$

(z) This table gives select values of functions gand h, and their derivatives g' and h', for x = 3

	x	g(x)	h(x)	g'(x)	h'(x)		
	3	7	-2	8	4		
Evalı	ıate	$\frac{d}{dx}\left(\frac{g}{h}\right)$	$\left(\frac{(x)}{(x)}\right)$ a	$t \ x = 3.$			

(w) $h(x) = x \ln x$

- 4. Differentiation Using Graphs (AP style of question)
 - (a) Given the graph of f and g to the right, let $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. Find h'(-1)



(b) Given the graph of f and g to the right, let $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Find k'(2)

(c) Given the graph of f and g to the right, let v(x) = f(g(x)). Find v'(-2)

(d) Given the graph of f and g to the right, let a(x) = g(g(x)). Find a'(4)

- 5. Sketch the graph of each function, given the provided information.
 - (a) f(-4) = 3, f'(-1) = 0, f'(2) = 0, f'(x) > 0 for -4 < x < -1, f'(x) < 0 for -1 < x < 2, f'(x) > 0 for x > 2,

		•	•	•	•	•	•		•	· -	-	•	•	•	•		•	•	•	•	•
		•		•	•	•	•			· -	-	•		•	•			•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	· -	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	· -	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	· -	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	· -	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	· -	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• -	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• -	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
			_			_													_	_	
		1		I	1	1	1							•	1			1			
										·	-								•	•	
		•		•	•					• _	-			•					•	•	•
		•								- - -	-							•	•	•	•
										· _	-								•	•	•
•			•	•		•	•	•		· -	-					•		•	•	•	•
•						•		•		· -	_							· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•	•
	• • •	· ·	• • •		, , ,	I	· · ·	, , ,	• • •	· - · -	-	• •	• • •	, , ,	· · ·		· ·	I	•	•	•
•		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	I	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· -				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				•	•	•
•	•	•	• • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	I	· · ·	· · ·	• • •		· -	-	 		• • •	· · ·	I • •		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•	•
• • •	•		•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•		· -		 			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		• • • •	•	•	• • • • •
• • •	•	•	•	•	· · ·	• • •	•			· -		 		•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•	
• • •	•	• • • •	•		• • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•		• • • • •	· -		• • • • • •		• • • •	• • •	•	• • •	• • • •		•	
•	•	•	•	•	• • • •	•	•	•	• • • •	· -		• • • • • •		•	•	•	•	•	•	•	
• • • •	•	•	•		• • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	· -		• • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • •		•		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		•	
• • • •	•	•	•		• • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		•	• • • •	· -		• • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	!	•		•	•		
• • • •	•	•	•		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		•	•	•	·		• • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • •	•					
• • • •	•		•		•			•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· - · - · - · - · · - · · - · · - · · · - ·		• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•		•	•	•			
•	•		•		•		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· - · - · - · - · · - · · - · · - · · · - ·		• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•	•		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

(b) g(0) = 0, g'(0) = 0, g'(-2) = 0, g'(4) = 0 $g'(x) > 0 \text{ for } x \ge 0,$ g'(x) < 0 for x < -2,g'(x) > 0 for -2 < x < 0,



- 6. Higher order derivatives (2.3)
 - (a) Find the second derivative of the function: $f(x) = (2x^4 + 8)^4$

(d) Let
$$y = \frac{1}{x}$$
. Find $\frac{d^3y}{dx^3}$

(b) Let s be the position (distance) function of a free falling object. Let s be defined to be

$$s(t) = -4.9t^2 + 120t + 45.$$

Find the velocity and acceleration of the object when it is 20 meters high. (Assume the object was projected into the air at the time t = 0).

(e) Let
$$y = 2e^{4x}$$
. Find $\frac{d^2y}{dx^2}$
A. $32e^{4x}$
B. $8e^x$
C. $40e^{6x}$
D. $\frac{e^{4x}}{8}$
E. $32x^2e^{4x}$

(c) Let
$$f(x) = x^8$$
.
Find $f''(x)$, $f^{(8)}(x)$, and $f^{(9)}(x)$

(f) $h(x) = 6 \ln(4x)$. Find h''(x)

7. Implicit Differentiation (2.5)
(a) Find
$$\frac{dy}{dx}$$
 by implicit differentiation:
 $x^4 + 10x + 7xy - y^3 = 16$
(b) $3y^2 + x^2 - xy = \pi$. Find $\frac{dy}{dx}$.
A. $\frac{y - 2x}{6y + x}$
B. $\frac{1 - 2x}{6y + 1}$
C. $\frac{y - 2x}{6y - x}$
D. $\frac{1 - 2x}{6y - 1}$

(b)
$$2y^2 - x^2 + x^3y = 2$$
. Find $\frac{dy}{dx}$.
A. $\frac{2x - 3x^2y}{4y + x^3}$
B. $\frac{2x}{4y + 3x^2}$
C. $\frac{2x - 4y}{3x^2}$
D. $\frac{4y + x^3}{2x - 3x^2y}$

(e) $4x - x^2y + y^3 = 10$ Find the value of $\frac{dy}{dx}$ at the point (1, 2)

(c) Let
$$y^4 + 5x = 11$$
. Find $\frac{d^2}{dx^2}$ at the point $(2,1)$

(f) (challenge)
Let
$$xy = 18$$
. Find $\frac{dx}{dt}$ when $x = 2$ and $\frac{dy}{dt} = -6$.

- 8. Tangent Lines (an application of Derivatives)
 - (a) The tangent line to the graph of function f at the point (5,7) passes through the point (1,-1). Find f'(5)
- (d) Let $y = \cot(x)$ What is the equation of the tangent line at $x = \frac{\pi}{6}$?

(e) $x + 2xy - y^2 = 2$. Find the slope of the tangent line at the point (2, 4).

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{9}{4}$

(b) Let $y = \frac{1-2x}{3x^2}$ What is the equation of the tangent line at $(1, -\frac{1}{3})$?

(f) Use implicit differentiation to find an equation of the tangent line to the ellipse

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{98} = 1$$

at the point(1,7)

(c) Let $y = -x^3 + 4x^2$ What is the equation of the tangent line at the point where x = 3?